



**Zadania na XVI Podkarpacki Konkurs Matematyczny
im. Franciszka Lejki
Poziom II**

(klasy drugie liceum i trzecie technikum)

Finał

23 kwietnia 2016 r. godzina 10.00

(150 minut)

1. Wyznacz wszystkie pary liczb całkowitych x i y , spełniających równanie:

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 7 = xy + 2y.$$

2. Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich a, b, c, d zachodzi:

$$a^4 + b^4 + c^2 + d \geq 2 \cdot \sqrt[4]{8} \cdot \sqrt{abcd}.$$

3. Wyznacz przedział w którym wyrażenie:

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{x+24-10\sqrt{x-1}}$$

ma stałą wartość.

4. Środek okręgu wpisanego w trapez prostokątny znajduje się w odległościach 3 cm i 4 cm od końców ramienia. Oblicz pole tego trapezu.
5. Na półokręgu, którego średnicą jest odcinek AB , obrano punkt S (różny od punktów A i B), którego rzutem prostokątnym na prostą AB jest punkt C . Następnie narysowano okrąg styczny do prostych SC i AB i mający jeden punkt wspólny z łukiem AS . Wykaż, że trójkąt, którego wierzchołkami są punkty S, B i punkt styczności narysowanego okręgu z prostą AB , jest równoramienny.

Powodzenia!